运筹学概念整理

名解 5、简答 4、建模与模型转换 2、计算 5~6

第 1 章 线性规划与单纯形法 (计算、建模 :图解法)

线性规划涉及的两个方面： 使利润最大化或成本最小化

线性规划问题的数学模型包含的三要素：

一组决策变量：是模型中需要首确定的未知量。

一个目标函数：是关于决策变量的最优函数， max 或 min。

一组约束条件： 是模型中决策变量受到的约束限制，包括两个部分：不等式或等式；非负取值（实际问题）。

线性规划问题 **(**数学模型 **)**的特点： 目标函数和约束条件都是线性的。

1.解决的问题是规划问题；

2 解决问题的目标函数是多个决策变量的线性函数，通常是求最大值或最小值；

3 解决问题的约束条件是多个决策变量的线性不等式或等式。

图解法 利用几何图形求解两个变量线性规划问题的方法。

求解步骤 ：第一步：建立平面直角坐标系；

第二步：根据约束条件画出可行域；

第三步：在可行域内平移目标函数等值线，确定最优解及最优目标函数值。

LP 问题的解：（原因）

唯一最优解、无穷多最优解（有 2 个最优解，则一定是有无穷多最优解）

无界解（缺少必要的约束条件） 、无可行解（约束条件互相矛盾，可行域为空集）

标准形式的 **LP** 模型特点： 目标函数为求最大值、约束条件全部为等式、约束条件右端常数项 bi 全部为非负值，决策变量 xj 的取值为非负

- 线性规划模型标准化（模型转化）

(1) “决策变量非负”。若某决策变量 x_k 为“取值无约束”（无符号限制），令：$x_k = x_k' - x_k''$，$(x_k' \geq 0, x_k'' \geq 0)$。

(2) “目标函数求最大值”。如果极小化原问题 minZ = CX，则令 Z’ = −Z，转为求 maxZ’ = −CX。注意：求解后还原。

(3) “约束条件为等式”。对于“≤”型约束，则在“≤”左端加上一个非负松弛变量，使其为等式。 对于“≥”型约束，则在“≥”左端减去一个非负剩余变量，使其为等式。

(4) “资源限量非负”。若某个 bi < 0，则将该约束两端同乘“－1”，以满足非负性的要求。

基假设线性规划问题模型系数矩阵为 m 行、n 列，则系数矩阵中秩为 m 的 m 行 m 列子矩阵，称为基矩阵，简称为基

可行解： 满足约束条件 AX=b 和 X≥0 的解。

基**(**本**)**解： 在某一确定的基中，令所有非基变量等于零，解得的唯一解。

基**(**本**)**可行解： 满足 X≥0 的基解。

可行基： 基可行解对应的基矩阵。

最优解： 使目标函数最优的可行解，称为最优解。

最优基： 最优解对应的基矩阵，称为最优基。

最优解判别定理： 在单纯形表中，若所有非基变量的检验数小于零，且 B-1b 均为非负，则线性规划问题具有唯一最优解。

无穷多最优解判别定理： 在单纯形表中，若所有非基变量的检验数小于等于零，且 B-1b 均为非负，其中某个检验数等于零，则线性规划问题具有无穷多最优解 (多重最优解)。

无界解判定定理： 在单纯形表中，若某个检验数 σk 大于零，且 xk 对应列向量的元素均为非正，导致出基变量无法确定，则线性规划问题具有无界解

单纯形法的求解步骤　1 求出初始基本可行解　(标准化、单位基　)

非基变量检验数　2 最优性检验　(非基变量检验数非正时停止，否则进入下一步　)

Cj-CbPj　3 换基迭代：①确定入基变量（　σ=max{　σ_j|　σ_j>0}　）；

②确定出基变量　(θ=min{b_i/a_{ik} | a_{ik}>0};

③初等变换　,求出新的基本可行解

4 重复步骤　2、3, 直到求出最优解。

Bland 法则 最小比值相等时任选一个出基，不用考虑　bland 法则

大 **M** 法通过添加人工变量构成单位基，进而求解线性规划问题的方法。

大 **M** 法求解（终止表）的可能结果：

线性规划问题有最优解　(1)基变量中不含人工变量；

有最优解 (2) 基变量中含人工变量，但取值为零；

无可行解 (3) 基变量中含人工变量，但取值不为零。

第 2 章　线性规划的对偶问题　（计算：互补松弛定理）

●对偶模型（模型转化）注：　一定要设对偶问题的决策变量。

原问题（或对偶问题） 目标函数　**max**		对偶问题（或原问题） 目标函数　**min**	
决策变量　**n** 个 约束条件　**m** 个 价值系数　**n** 个 资源数量　**m** 个 系数矩阵　**A**		约束条件　**n** 个 决策变量　**m** 个 资源数量　**n** 个 价值系数　**m** 个 系数矩阵　**A^T**	
变 量	≥**0** ≤**0** 无约束	约 束	“≥ ” “≤ ” “ **=** ”
约 束	“≥ ” “≤ ” “ **=** ”	变 量	≤ **0** ≥ **0** 无约束

弱对偶定理 原问题和对偶问题有最优解的充要条件是它们同时具有可行解。

强对偶定理如果 原问题和对偶问题中有一个最优解，　那么另一个也一定有最优解，　并且两个规划问题的目标函数的最优值相等。

互补松弛定理 在线性规划问题的最优解中，如果对应某一约束条件的对偶变量取值为非零，则该约束条件为严格等式；　反之，如果原问题约束条件为严格不等式，　则其对应的对偶变量一定为零。

影子价格 原问题中第　i 项资源每增加一个单位对目标函数的贡献。

影子价格　= 资源成本　+ 影子利润

对偶单纯形法：　用对偶定理（性质）求解线性规划问题的方法。

第 3 章　运输问题　（计算：最小元素法、西北角法、产销不平衡的运输问题）

运输问题的求解方法：　表上作业法

求解步骤：（1）找到一个初始调运方案（最小元素法和西北角法）

（2）利用检验数判优（闭回路法和位势变量法）

（3）若不是最优解，则调整调运方案，即寻找更优的基本可行解（闭回路法）

模型系数矩阵特征：

1、决策变量个数　m × n；约束条件个数　m + n；运输问题有　m + n-1 个基变量

2、每一列中均含有两个“ 1”，分别位于第 i 行和第 m+j 行(xij)，其余都为 0.

如何将产销不平衡问题转化为平衡问题：

（1）产量 >销量时，增加一个虚拟销地 n+1 来表示多出的库存 (单位运价为 0)

（2）产地 <销量时，增加一个虚拟产地 m+1 来表示没有被满足的需求量 (运费为 0)

第 4 章 目标规划

	线性规划	目标规划
目标函数	max、min	min
约束条件	系统约束	可以没有系统约束，但必须有目标约束
决策变量	只有决策变量	既有决策变量，又有偏差变量
解	最优解	满意解

偏差变量：用于表示决策值与目标值之间的差异

正偏差变量 d+ 表示决策值超过目标值的部分；

负偏差变量 d- 表示决策值低于目标值的部分。

规定：d+, d- ≥0。d+*d-=0.

系统约束：必须严格满足的约束条件，决定了解的可行性，是硬约束。

目标约束：有正负偏差变量未表示的约束，是松约束。

目标规划的目标函数（达成函数） 由各目标约束的偏差变量及相应的优先因子和权系数构成

●目标规划图解法

第 5 章 整数规划 （建模：0-1 整数规划）

整数规划 要求全部或部分决策变量的取值为整数的线性规划问题

整数规划的类型：（1）纯整数线性规划：指全部决策变量都必须去整数值的整数线性规划。

（2）混合整数线性规划：指决策变量中部分必须取整数的整数线性规划。

（3）0—1 型整数线性规划：指决策变量只能取值 0 或 1 的整数线性规划。

求解方法：分枝定界法、割平面法、隐枚举法、匈牙利法

第 6 章 图与网络模型 （计算：最短路、最大流 (割集与最小割集)）

边不带箭头的连线； 弧带箭头的连线

无向图 由点和边的集合所构成

有向图 由点和弧的集合所构成（网络图中的连线有规定的方向）

关联边：若 vi 和 vj 是边 e 的两个结点，称 e 是 vi 和 vj 的关联边

链：无向网络中，前后相继点和边的交替序列称为一条链。

圈：闭合的链称为一个圈 (首尾相接)

路径：有向网络图中，前后相继并且方向一致的点弧序列称为一条路径。

回路：闭合的路径称为一个回路。

环：若一条边 e 的两个结点相重叠，称 e 为环。

多重边：若两结点之间存在两条以上关联边，则称两结点具有多重边。

多重图：含多重边的图称为多重图。

简单图：不含环和多重边的图称为简单图。

权：与边或弧相关的数量指标称为权，如距离、费用、流量。

赋权图：点、边、权的总体称为赋权图。

网络：规定起点、终点和中间点的连通的赋权图称为网络，

次：与某个结点 vi 关联的边的个数，称为结点 vi 的次(度)，d(vi)。

(规定：一个环计算两个次 /度)

悬挂点：次为 1 的结点称为悬挂点，悬挂点的关联边称为悬挂边。

完全图 对于一个简单图，若图中任意两点之间均有边相连

最小树求解方法： 破圈法、避圈法

割和流量： 一定是前向弧

树无圈的连通图

设 μ 是从 vs 到 vt 的链，方向从 vs →vt ，则链 μ 上的弧分为两类

前向弧： 弧的方向与链 μ 的方向相同，记 μ +

后向弧： 弧的方向与链 μ 的方向相反，记 μ -

网络的最大流： 网络从发点到收点之间允许通过的最大流量

最短路 ：无向图最短路的狄克斯屈拉算法、有向图的最短路问题

●最小树问题 ● 最大流问题

第 7 章 动态规划 （简答多）

动态规划 是解决多阶段决策过程最优化问题的一种方法。

阶段 指一个问题需要作出决策的步骤

状态 表示在任一阶段所处的位置

决策 当决策者处于某个阶段的某个状态时，面对下一阶段的某一状态做出的选择或决定。

策略 是决策者按阶段依次做出的决策序列，又称全策略。

状态转移律 在第 k 阶段某一确定的状态 Sk 下，一旦决策变量 xk(Sk)确定，则下一阶段的状态 Sk+1 也就确定

指标函数 用于衡量已实现子策略优劣的数量指标

最优函数 对某一确定状态， 选择最优策略后得到的指数函数值， 即对应某一最优子策略的某种效益量度。

贝尔曼最优化原理 作为整个过程的最优策略， 应具有这样的性质： 无论过去的状态和决策如何，对先前决策所形成的状态而言，余下的诸决策必构成最优策略。

动态规划问题模型要素 (1)阶段变量。 (2)状态变量。 (3)决策变量。 (4)状态转移方程。 (5)阶段函数。 (6)最优函数。 (7)动态规划基本方程。

顺序解法和逆序解法的区别

1 求解顺序不同

2 求解条件：顺 给定结束条件；逆 给定初始条件

3 求解结果：顺 求出始点到各点的最短路径 /权；逆 求出各点到目的地的最短路径 /权；

第 8 章 存储论 （计算：经济订货批量模型、需求量是离散型随机变量的报童问题）

存储模型的分类

1、确定型与随机型存储模型

确定型储存模型 凡需求率 D 和提前订货时间 t 均确定的储存问题 如经济订货批量 （EOQ）模型、分批均匀进货的 EOQ 模型、允许缺货的 EOQ 模型、具有价格折扣优惠的存储模型、具有约束条件的存储模型

随机型储存模型 凡需求率 D 或提前订货时间 t 不确定的存储问题

2、单品种与多品种库存储模型

单品种库： 物资的需求量大、体积大、占有资金多、就会单独设立仓库进行保管

多品种库： 对多种物资同时保管而设立的仓库， 如钢材，电子元件等，这类模型往往存在资金约束或仓库容积限制约束等。

3、单周期与多周期存储模型

单周期的库存模型： 在一个周期内只订货一次。 若未到期末货已销售， 不再补充订货； 若发生滞销，未售去的货物应在期末处理，如报纸。

多周期的库存模型： 多次进货多次供应。